# Cenni di fotometria astronomica

Lo splendore relativo degli astri può essere misurato facilmente con l'occhio nudo; già gli antichi infatti, e in particolare Ipparco e poi Tolomeo, avevano suddiviso le stelle in sei classi di splendore apparente (chiamato più propriamente *magnitudine*) denotate con le lettere $\alpha,\beta,\gamma,\delta,\varepsilon,\zeta$ in senso decrescente di splendore, con il criterio che passando da una classe all'altra l'occhio giudichi la stessa differenza.
Nelle considerazioni che seguono parleremo essenzialmente di corpi luminosi puntiformi come le stelle.
L'occhio fornisce in corrispondenza ad uno stimolo luminoso S una risposta V che è funzione logaritmica dello stimolo stesso (legge psico-fisica di Fechner); dati pertanto due stimoli di intensità $S_1$ e $S_2$ , la differenza di risposta è

$$V_1 - V_2 = K \cdot Log_{10}\left(\frac{S_1}{S_2}\right)$$

Verso la metà del secolo scorso, Pogson trovò che per ottenere un accordo soddisfacente con la scala di magnitudini di Tolomeo si poteva porre la costante ($K=-2.5$) con il logaritmo in base 10. Quindi la differenza di magnitudine tra due astri vale:

$$m_1 - m_2 = -2.5 \cdot Log_{10}\left(\frac{S_1}{S_2}\right)$$

(ricordo che il logaritmo in base dieci di un numero ($LOG_{10}$(numero)) rappresenta l'esponente da dare alla base, cioè dieci, per ottenere il numero. Ad esempio il logaritmo in base dieci di 100 è 2, infatti $10^2 = 100$ ($LOG_{10}(100)=2$) ).
Le quantità S1 e S2 sono le intensità luminose delle due stelle : erg/sec cm$^2$A (erg al secondo per centimetro quadro per Angstrom). Se utilizziamo la stella 2 come riferimento (ad esempio Vega o una delle stelle standard delle quali conosciamo per altra via la magnitudine) possiamo stimare la magnitudine della stella 1 (<u>fotometria relativa</u>).
La relazione sopra scritta ha delle conseguenze:
-un rapporto 10 di intensità luminosa ($S_1/S_2 = 10$) produce un differenza di magnitudine di 2.5.
-un rapporto 100 di intensità luminosa ($S_1/S_2 = 100$) produce un differenza di magnitudine di 5.
-un rapporto 1000 di intensità luminosa ($S_1/S_2 = 1000$) produce un differenza di magnitudine di 7.5.
e così via.
Una stella di magnitudine 1 ha una intensità luminosa mille volte superiore ad una stella di magnitudine 7.5. Una stella di magnitudine 1 ha intensità luminosa cento volte superiore ad una stella di magnitudine 5. Una stella di magnitudine 0 ha intensità luminosa cento milioni di volte superiore ad una stella di magnitudine 20.
E' evidente che la scala delle magnitudini non è lineare, ma logaritmica, all'aumentare della magnitudine l'intensità decresce drasticamente.
Uno dei punti di "forza" dei CCD è che la loro risposta è lineare con l'intensità luminosa, ovvero se con 5 secondi di posa registriamo stelle di intensità 4, con 10 secondi di posa registriamo stelle di intensità 2 (il doppio più deboli), e così via. L'equazione sopra può essere invertita, ed ottenere $\frac{S_1}{S_2} = 10^{0.4(m_2 - m_1)}$ il rapporto delle intensità luminose in funzione della differenza delle magnitudini :

$$\frac{S_1}{S_2}$$

Possiamo ricavare il rapporto delle intensità di due stelle , che differiscono una unità in magnitudine, ovvero $m_2$-$m_1$=1, (per esempio da 2 a 3, da 12 a 13 ecc.). Esso vale $\frac{S_1}{S_2} \cong 2.512$

Da questo risultato, e ricordando che i CCD hanno una risposta lineare con l'intensità luminosa, si ottiene il seguente risultato : se abbiamo eseguito una posa di (n) secondi per registrare una stella di magnitudine m, per registrare una stella di magnitudine (m+1) dobbiamo eseguire una posa pari a (**n x 2.512**) secondi. *In altre parole per registrare oggetti con una magnitudine in più dobbiamo moltiplicare la posa precedente per il fattore 2.512*. Questo tipo di calcoli sono possibili solo con i CCD.

E' utile ricordare che nel sistema ingegneristico si usa una scala analoga a quella delle magnitudini, detta di decibel dB, in cui la costante è 10 anziché 2.5, per cui 1 dB = 4 mag. (10/2.5 = 4).

Una stima di magnitudine è una misura dell'energia dell'oggetto che giunge sul piano focale, e siccome essa dipende dalla lunghezza d'onda alla quale si sta osservando, *la magnitudine di un oggetto va specificata assieme alla lunghezza d'onda di osservazione (o banda passante del filtro)*.

Ad esempio se osserviamo nel campo radio (oltre le onde millimetriche) il Sole scompare, non lo vediamo in quanto la sua energia in tale zona spettrale è quasi nulla, e ciò che appare illuminare il cielo è il centro della nostra galassia. Anche entro la stessa banda visuale (4300A fino a 7000A) l'energia del Sole cambia. Lo stesso vale per le stelle lontane e per qualsiasi oggetto in generale.

Affermare che Vega ha una magnitudine di m=0.03 non ha alcun senso fisico; dire però, che Vega possiede una magnitudine $m_V$ = 0.03 nella banda V, quantifica la sua energia. La banda V (una delle tre bande del sistema di Jonson UBV) va da 4950A a 6350A.

Per quantificare in modo assoluto (fotometria assoluta) l'energia di una stella che giunge al rivelatore (stima della magnitudine) è conveniente porsi in un sistema fotometrico.

Come si è già detto, le osservazioni si conducono solitamente su una banda passante finita $\lambda_1$, $\lambda_2$ (con $\lambda_1 < \lambda_2$) al di fuori della quale la sensibilità dell'apparato è nulla. La quantità misurata è :

$$f(\lambda_0) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_1} F(\lambda)\, T(\lambda)\, d\lambda$$

essendo:

$\lambda_0$ = lunghezza d'onda 'media' all'interno del'intervallo ($\lambda_1$, $\lambda_2$).

F($\lambda$) = flusso stellare fuori dell'atmosfera terrestre (erg/sec $cm^2$A)

T($\lambda$) = risposta strumentale, che può considerarsi funzione prodotto di più funzioni

$$T(\lambda) = R(\lambda) \times K(\lambda) \times Q(\lambda) \times A(\lambda)$$

-R(λ) = riflettività (o trasimissione) delle ottiche
-K(λ) = risposta cromatica del filtro
-Q(λ) = efficienza quantica del rivelatore
-A(λ) = trasmissione della atmosfera terrestre

*Tutte le funzioni dipendono dalla lunghezza d'onda*. Mentre le prime tre sono direttamente controllabili dall'osservatore, l'ultima dipende sia dalle caratteristiche del sito di osservazione (in particolare la quota) che dalla distanza zenitale z dell'osservazione. Tutte le quattro funzioni assumono valori compresi tra zero e uno.

Una riflettività R(5500A) = 0.66 significa che nel visibile giallo lo specchio riflette il 66% di fotoni "gialli" incidenti, mentre R(5500A) = 1 la riflessione è totale (100%). Pertanto la R(λ) dipende dalle caratteristiche dello specchio e da quanto tempo è stato alluminato.

Per quanto riguarda la funzione K(λ), essa dipende dal particolare filtro; K(λ) = 0 significa che il filtro non fa passare niente (come se fosse una lastra di ferro), se vale 1 la trasmissione è totale. Di solito la trasmissione è appena sotto il 100%.

La Q(λ) dipende dal rivelatore: tipo di pellicola, tipo di CCD, ecc. e varia al variare della lunghezza d'onda.

Nel caso delle pellicole vale in media 1%-5% (0.05, molto scarsa), mentre i CCD professionali arrivano anche a picchi dell'90% (si veda a riguardo la dispensa relativa ai CCD disponibile in osservatorio), nel nostro caso Kaf0400 (st-7) non supera il 60%.

L'A(λ) rappresenta l'attenuazione della radiazione dovuta all'atmosfera terrestre.

<u>La funzione T(λ) definisce il sistema fotometrico</u>.

La fotometria assoluta è difficile da realizzare, in quanto bisogna conoscere con esattezza le quantità sopra definite. Quello che si può fare con buona precisione è la fotometria relativa, basata su stelle standard di calibrazione, delle quali si conosce la magnitudine nella particolare banda spettrale a cui si sta lavorando. Con tale metodo si può arrivare alla precisione del centesimo di magnitudine!

Quindi uno studio di variabilità stellare, di quasar, curve di luce di supernovae, ecc. diviene accurato anche se fatto da astrofili. Ovviamente la magnitudine deve essere alla portata della strumentazione. Un astrofilo non potrà mai competere con la ricerca astronomica eseguita con grandi telescopi, ma ha un vantaggio rispetto un astronomo professionista, egli può dedicare tutto il tempo osservativo che vuole ad un oggetto, cosa che a livello professionale ormai non è più possibile. Ad esempio lo studio della variabilità di una stella o di un quasar occupa un certo periodo di tempo, ore, giorni o mesi, e nessun astronomo può occupare un grande telescopio per un così ampio periodo di tempo, in quanto esso è condiviso (più o meno) dalla comunità scientifica mondiale (oltre al costo temporale di utilizzo).

Faremo ora un calcolo (un po' approssimato, ma lo stesso valido), del numero di fotoni al secondo che una stazione osservativa riesce a misurare. Anzitutto mi pongo nella banda V (4950A a 6350A), tutti i fotoni con lunghezza d'onda minore di 4950A e maggiore di 6350A vengono tagliati, mentre gli altri passano. La formula che da il <u>numero di fotoni al secondo</u> è :

$$N_{\gamma} = \pi \cdot r^2 \cdot (1-\varepsilon) \cdot A(\lambda) \cdot R^2(\lambda) \cdot K(\lambda) \cdot Q(\lambda) \cdot \Delta\lambda_V \cdot 1080 \cdot 10^{-0.4 \cdot V}$$

Dove :

-**r** è il raggio dello specchio primario in centimetri (il fattore 1-ε tiene conto dell'ostruzione del secondario, che è circa del 10%, ovvero $\varepsilon \cong 0.1$). Nostro caso r =17.75 [cm]

-**A(λ)** è l'estinzione atmosferica nella banda V. Per noi non ancora calcolato. In media vale 0.8 allo zenit (passano 80% dei fotoni con lunghezza d'onda entro la banda V).

-**R(λ)** è la riflettività delle ottiche. Uno specchio appena alluminato ha valori vicini all'80%, che decadono poi, dopo uno due anni, al 60% (ed anche meno). Siccome gli specchi sono due (primario e secondario in configurazione Newton), il fattore compare al quadrato, quindi nel nostro caso (ottimistico) $R^2(\lambda) \cong (0.6)^2 = 0.36$. Su cento fotoni che arrivano sullo specchio primario, solo 36 arrivano di fronte il filtro!

-**K(λ)** è la trasmissione del filtro. Di solito essa non è inferiore al 95%. Quindi assumo 0.95 nella banda V (passano il 95% dei fotoni che si presentano di fronte al filtro).

-**Q(λ)** è l'efficienza quantica (media) del rivelatore nella banda V. Nel nostro caso, il sensore Kaf0400 (dell'st-7 senza antiblooming) non supera il 60% (ottimistico). Quindi assumo 0.6, ovvero il 60% dei fotoni che gli si presentano vengono captati.

-**$\Delta\lambda_V$** è l'ampiezza della banda V in Angstrom, ovvero 1400 A (= 6350A-4940A).

-L'ultimo fattore $1080 \times 10^{-0.4V}$ rappresenta il numero di fotoni al secondo fuori atmosfera provenienti da una stella di magnitudine V (nella banda fin qui considerata, ovviamente).

Quest'ultimo fattore, viene attenuato da tutti i dispositivi utilizzati, tramite le funzioni appena descritte. E' evidente dalla formula il perché si cerca di costruire telescopi con diametri sempre maggiori; più grande è r e più fotoni al secondo si riescono a catturare (a parità degli altri parametri).

Sostituendo i valori a noi competenti, la formula diviene :

$$N_{\gamma} = 204731 \cdot 1080 \cdot 10^{-0.4 \cdot V}$$

**Tabella 1**

| Magnitudine V | N° fot. al sec. |
|---|---|
| **0** | **221.109.480** |
| **2** | **35.043.491** |
| **4** | **5.554.019** |
| **6** | **880.253** |
| **8** | **139.511** |
| **10** | **22.111** |
| **12** | **3.504** |
| **14** | **555** |
| **16** | **88** |
| **18** | **14** |
| **20** | **2** |
| **22** | **0.35** |
| **23** | **0.14** |

Essendo questi il numero di fotoni al secondo, se il tempo di posa è n secondi, essi vanno moltiplicati per n. Ad esempio se fotografiamo una stella di magn. V=16 eseguendo una posa di 20 secondi, il numero di fotoni che misuriamo è 20x88, cioè 1760 fotoni. Siccome anche il cielo ha una sua luminosità, che si indica di solito in magnitudine per secondo d'arco quadro, assume importanza il rapporto segnale rumore. Una stella molto debole ($m_V = 23$) può produrre un segnale (numero di fotoni al secondo) che è inferiore al rumore (luminosità intrinseca del cielo nella banda V), ma ciò che arriva al rivelatore è la somma dei due, inoltre il segnale aumenta linearmente col tempo, mentre il rumore aumenta linearmente con la radice quadrata del tempo; quindi giocando sulla posa, è possibile registrare oggetti meno luminosi della luminosità del cielo. Ad Asiago, la brillanza superficiale del cielo per secondo d'arco quadro, in banda V, è circa magn. 22, eppure registrano stelle anche di magnitudine $m_V = 25$ !

E' possibile calcolare la magnitudine limite teorica registrabile dalla nostra strumentazione (nella banda V), sapendo la luminosità di fondo cielo, sempre in V, fissando la posa massima possibile e ponendo un rapporto segnale-rumore costante maggiore di uno. A priori non è ben definibile la posa massima, in quanto, teoricamente possiamo fare tante somme di un'ora, di mezzora, di 10 minuti di posa. Ciò reca una indecisione nel porre una magnitudine limite. Il calcolo teorico verrà sicuramente fatto (anche se non ben definito), ma soprattutto sarà interessante fare la prova pratica, non appena il cielo si offrirà ottimale; avremo così anche noi il **Piadera deep-field di 20 ore di posa!!**

Vanzella Eros